الفصل الأوّل

المشكلات وحلّ المشكلات

نحاول في هذا الفصل المستند إلى الأدبيّات، تعريف المعلّمين بالمعنى الذي يحمله حلّ المشكلات والمهارات التي يستدعيها. نبدأ بالمعاني التي تعطى للمصطلحات الأساسيّة (مشكلة، مشكلة رياضيّة، مشكلة مفتوحة، حلّ مشكلة، حلّ المشكلات، استراتيجيّة حلّ، ...)، ثم نحاول التعرّف إلى المهارات التي تستدعيها عمليّة حلّ المشكلات وإلى الميادين التي ترتبط بحلّ المشكلات. ونتطرّق إلى مصطلحين يتمّ استخدامهما عادةً في الأدبيّات التربويّة بموازاة مصطلحي «المشكلات» و «حلّ المشكلات» هما مصطلحا «المسائل» و «حلّ المسائل» محاولين توضيح الفرق بين «حلّ المسائل» و «حلّ المشكلات».

١) المشكلات

ما المقصود بمشكلة؟

لا إجماع في الأدبيّات على تعريفٍ موحّد دقيق للمصطلح «مشكلة». ويجري أحياناً اللجوء إلى أمثلة وأمثلة مضادة. كما يستخدم البعض التشبيه التالي للتعريف بالمشكلة: يطلب منك إيجاد

شيء حسب الوصف المعطى له من دون أن يكون عندك أي شيء حاضر يناسب هذا الوصف.

ولكن هناك محاولتَي تعريف تعتبران الأكثر قبولاً في الأدبيّات في ميدان تعليم الرياضيّات:

- أن تكون أمام مشكلة يعني أن تكون في حالة تفتيش عن العمل الملائم للوصول إلى هدف محدّد وواضح لا تتوافر إمكانيّة الوصول إليه بشكل مباشر. (Polya, 1962, p. 117)
- المشكلة وضعيّة تواجه شخصاً ليس لديه خوارزميّة أو إجراء يضمن له الوصول بشكل أكيد إلى الحلّ، وعليه من أجل ذلك تشكيل معلوماته ذات العلاقة بشكل جديد. (Kantowski, 1980, p. 195)

ومن الجدير ملاحظته أن هاتين المحاولتين تركِّزان على النسبيّة في مفهوم المشكلة: فما هو مشكلة لشخص ما، في ظرف معيّن، قد لا يكون كذلك بالنسبة لشخص آخر، أو حتى للشخص نفسه في ظرف آخر.

لا بد هنا من الإشارة إلى الالتباس المحتمل الذي قد يحصل في ذهن البعض بسبب مصطلحات متقاربة ولكن مختلفة تستخدم عادةً في اللغة العربيّة للتدليل على المصطلحين المستخدمين في اللغتين الانكليزيّة والفرنسيّة وهما: Problem وProblème . إذ غالباً ما يستخدم مصطلحا «مسألة» و«مشكلة» كمقابل لهذين المصطلحين في العربيّة.

ما الفرق بين مسألة ومشكلة؟

لتوضيح الفرق بين مسألة ومشكلة يمكننا، من دون الغوص في

التفسير اللغوي، تبسيط الأمر بالتالي: المسألة تطرح قضيّة تحتاج إلى معالجة، أو طلباً، أو تساؤلاً ضمنيّاً أو ظاهراً، من دون أن تشكّل إجابة الطلب أو التساؤل، بالضرورة، مشكلة للمجيب. وعلى هذا الأساس تكون الأمثلة الأربعة التالية مسائل قد تشكّل للبعض، في وقت ما، مشكلات:

١) احسب ٤ × ٢ + ٦ × ٣.

٢) اشترت ماريّا همبرغر ثمنه ٠,٩٠ دولاراً وقنينة كوكا ثمنها ٠,٣٠ دولاراً. إذا كانت ضريبة المبيعات المحلّية ٥٪، كم يردّ المحاسب لها إذا أعطته دولارين؟

٣) مزارعة، معها معزاة وسلّة بيض وملفوفة، تريد عبور النهر الذي يفصل قريتها عن القرية المجاورة للاشتراك في السوق الذي يقام فيها. القارب الذي تعبر بواسطته النهر يتّسع لها ولواحدٍ فقط من الأغراض الثلاثة. كيف يمكنها نقل الأغراض إلى الضفة الأخرى علماً أنها لا تستطيع أن تترك بغيابها المعزاة مع الملفوفة خوفاً من أن تأكلها، ولا المعزاة مع سلة البيض خوفاً من أن تقلب السلة وتكسر البيضات؟

٤) السيِّدة هانز تنازع الموت بسبب مرض عضال. اكتشف صيدلي دواءً يشفيها من مرضها ولكن سعره ليس بمستطاع السيِّد هانز، فهل يفترض به سرقة الدواء؟

قد لا يشكّل المطلوب في المسألتين الأولى والثانية للقارئ معلّم الرياضيّات، أو لتلميذ المرحلة المتوسّطة، أي مشكلة. فقد تكون الإجابة على المسألة الأولى، عقب الانتهاء من قراءتها، مباشرة وسريعة، ٢٦. وقد تكون الإجابة على المسألة الثانية عقب

الانتهاء من قراءتها مباشرة، ودون أي انتظار، بعد إجراء سلسلة العمليّات المطلوبة التي تؤدّي بكل بساطة إلى الجواب المطلوب. في كلا المسألتين، المسألة المطروحة لا تعتبر مشكلة للقارئ، أو لتلميذ المرحلة المتوسّطة. ذلك أنه فور الانتهاء من قراءة النص قد يستطيع كل منهما الإجابة مباشرة أو بعد تفصيل وتنفيذ ما يجب إجراؤه.

في المقابل من المرجّح أن يكون الأمر مختلفاً بالنسبة للمسألتين الأخيرتين. فلنأخذ مسألة المزارعة. فإذا كانت المزارعة، كما القارئ، أو التلميذ، لا تعرف، ما عليها أن تفعله لنقل الأغراض بما يتناسب مع الوضع المذكور في المسألة، فالمسألة تكون مشكلة لكل منهما. أما بالنسبة إلى مسألة السيّد هانز، فاعتقادي أن القارئ يوافق على أنه حيال وضع إشكالي، ولا يملك حياله تصوّراً جاهزاً للجواب، مما يستدعي بالضرورة عملاً ذهنيّاً وتقييميّاً للوصول إليه.

كخلاصة يمكننا القول إن شخصاً ما يواجه مشكلة، إذا كان أمام مسألة تتطلّب حلاً، لا يراه جاهزاً أو بديهيّاً، ولا يعرف بداهةً حتى طريقة الوصول إليه.

بالإضافة إلى التمييز بين مسألة ومشكلة على أساس التعبيرات اللغويّة التي استخدمناها للتعبير عن المصطلحين ومن خلال بعض الأمثلة، يمكننا توضيح الفرق بين المفهومين بالرجوع إلى العنصرين الآخرين في تحديد Vergnaud للمفهوم: مجموعة المواقف التي تعطي معنىً للمفهوم ومجموعة الثوابت الذهنيّة العملانيّة (Invariants opératoires) التي يستند إليها العمل في إطار المفهوم (Vergnaud, 1990).

على مستوى المواقف التي تعطي معنىً للمفهوم يرتبط مفهوم

المشكلة بمواقف إشكاليّة حلّها في الحال غير متوفِّر ويلفّ الغموض كيفيّة الوصول إلى الحلّ، بينما يرتبط مفهوم المسألة بمواقف أكثر وضوحاً لجهة المعالجة، وتتضمّن في بعض الأحيان إشارات واضحة إليها، منها ما يشير صراحةً أو ضمناً إلى استخدام خوارزميّات معروفة. من هذه المواقف تلك التي تدعو صراحةً أوضمناً إلى تطبيق قاعدة معيّنة جرى استخدامها في السابق، أو إلى معالجة بطريقة جرى، أو يستمرّ، التمرّن عليها في سياق سلسلة من التمارين المشابهة، أو إلى طريقة جرى عرضها واستخدامها كنموذج لحلّ نوع معيّن من المسائل ينتمي إليه الموقف الحالي.

أما على المستوى الإدراكي الذي يستدعيه العمل في إطار المفهوم، فإن المسألة تستدعي حفظ وتذكّر وتطبيق قواعد حسابيّة، وقوانين رياضيّة وخوارزميّات حلّ لفئات معيّنة من المسائل. في المقابل، يستدعي العمل في إطار مفهوم المشكلة كما سنرى لاحقاً، بالاضافة إلى التذكّر والتطبيق مهارات أخرى وقدرات ذهنيّة وطاقات إدراكيّة من مستوى أعلى.

أبرز أشكال طرح المشكلات

تتّخذ المشكلات أشكالاً مختلفة شديدة التنوّع لجهة الطريقة التي تطرح بها. فقد تتمثّل المشكلة بموقف سلوكي إن في الحياة المهنيّة أو في الحياة اليوميّة العاديّة. فعلى سبيل المثال، قد تكون قد أنهيت شراء بعض الأشياء ووقفت أمام المحاسبة لتدفع ما عليك، فتمدّ يدك إلى جيبك فلا تجد فيه نقوداً. وقد تواجه مشكلة عندما يطلب منك مثلاً إيجاد الاختلافات بين رسمين شديدي التشابه. وقد تواجهك مشكلة عندما تقوم بمحاولة تركيب آلة جديدة اشتريتها،

طبقاً للرسم المرفق بها. كما قد تطرح المشكلة من خلال قصّة تروى أو حزّورة تُتلى. إلا أن الشكل الأكثر تداولاً في طرح المشكلات، على الأقل مدرسيّاً، هو المشكلة المكتوبة.

المشكلات الرياضيّة

فيما يتعلّق بالمشكلات الرياضيّة يمكننا التمييز بين نوعين (Blum & Niss, 1991):

- مشكلات تطبيقيّة وهي التي يكون الموقف أو المطلوب فيها مستقى من الواقع ويستدعي مفاهيم أو مبادئ أو أفكاراً أو طرائق أو نتائج رياضيّة.

- مشكلات محض رياضيّة وهي التي يكون الموقف أو المطلوب فيها رياضياً مجرّداً.

ولكن هذا التمييز لا يستبعد إمكانية نشوء مشكلات تطبيقيّة من مشكلات رياضيّة محضة.

ومن الواضح أن مشكلة السيّد هانز هي أبعد ما تكون عن المشكلة الرياضيّة في حين أن المشكلة المفترضة «ما مساحة المنزل الذي تقيم فيه؟» تعتبر مشكلة رياضيّة تطبيقيّة بينما المشكلة المفترضة «اكتب العدد ٣٢ كمجموع حاصلي ضرب» هي مشكلة رياضيّة محضة.

تجدر الملاحظة هنا إلى أن بعض المهتمّين بتعليم الرياضيّات الذين يعتبرون أن الواقع ليس خارج الرياضيّات، لا يوافقون على اعتبار المشكلات الرياضية من الحياة الواقعيّة مشكلات تطبيقيّة بل يعتبرونها مشكلات رياضيّة كلاميّة كلماتها من خارج الرياضيّات المجرّدة.

المشكلات المفتوحة

تعتبر المشكلة مشكلة مفتوحة إذا كانت قابلة لعدّة تفسيرات أو عدّة حلول أو عدّة طرق حلّ أو تستدعي مشكلات أخرى أو تعميمات ممكنة (Silver, 1995). ويعرّف بهكونين المشكلة المفتوحة بالتضاد مع المشكلة المقفلة (Pehkonen, 1995). ويعتبر المشكلة مقفلة إذا كانت وضعيّة الانطلاق ووضعيّة النهاية كلتاهما مقفلتان أي محدّدتان بشكل واضح.

وإذا كانت المسألتان رقم ١ ورقم ٢ تصنّفان عادةً كمسألتين مقفلتين فإن المشكلة المفترضة «اكتب العدد ٣٢ كمجموع حاصلي ضرب» والمشكلة المفترضة «برهن أن ضرب عددين متتاليين هو عدد مزدوج» هما مشكلتان مفتوحتان، الأولى لأن لها عدّة حلول، والثانية لأنها تستدعي مشكلات أخرى أو تعميمات ممكنة.

يمكننا كذلك اعتبار المسألتين رقم ٣ ورقم ٤ مشكلتين مفتوحتين نظراً لأنهما قابلتان لعدّة تفسيرات.

٢) حلّ المشكلات

ماذا نعني بحلّ مشكلة؟

حلّ مشكلة يعني إيجاد الأنسب للخروج منها. وبما أن هذا الحلّ ليس جاهزاً أو مباشراً فإن إيجاده يستدعي إيجاد طريقة للوصول إليه. وهذا يفترض بالطبع اهتماماً بالمشكلة واستعداداً وتحفّزاً للعمل على حلّها وإرادةً وعزماً والتزاماً بالوصول إلى الحلّ أي باختصار تبنّي الوصول بالمشكلة إلى الحلّ. وإذا كان هذا التبنّي ضرورياً فإن الوصول إلى الحلّ فعلياً يستلزم استخدام مهاراتٍ متعددة.

ما هي مهارات حلّ المشكلات؟

من الصعب الإجابة عن هذا السؤال إذا ما أخذنا بعين الاعتبار الطبيعة المعقّدة للعمليّات التي تدخل في حلّ المشكلات. وتستوحي محاولات الإجابة في أغلب الأحيان عمل بوليا (Polya, 1957) «كيف نحلّها».

بالنسبة لبوليا هذه المهارات يمكن أن تنتظم في إطار أربع مراحل هي:

١) فهم المشكلة

المقصود هنا ليس فقط فهم النص أو التعبيرات الشفهيّة أو الصوريّة، وإنما أيضاً فهم الموقف، والمطلوب، والمعطيات، وتحديد ما هو معلوم وما هو مجهول، والعلاقات بين مختلف عناصر الموقف. في هذه المرحلة ينغمس الشخص الذي يقوم بحلّ المشكلة في القراءة أو الاستماع أو التأمل في الرسم، وفي تحديد معاني الكلمات والأشكال، وفي رصد العناصر الأساسية والعلاقات بينها، وفي تحديد المطلوب.

٢) وضع خطة للحلّ

ويقتضي هذا العمل تحديد أهداف مرحليّة وتحديد إجراءات وبرمجتها. وقد يقتضي أيضاً إنجاز رسوم أو جداول أو استدعاء خوارزميّة معيّنة أو طريقة معيّنة لحساب أو لحلّ معادلة.

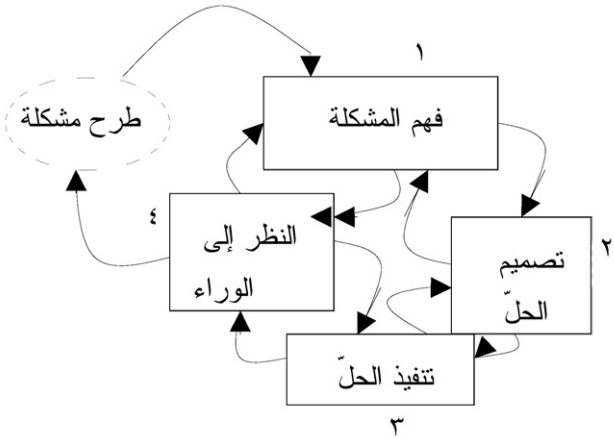
٣) تنفيذ الحلّ

أي تنفيذ الاجراءات المبرمجة حسب الخطة.

٤) النظر إلى الوراء

في هذه المرحلة يقوم من يعمل على حلّ المشكلة بتفحّص النتيجة التي توصّل إليها، وتقييم معناها مقارنة بالمطلوب. كما يتوقّف عند الحلّ والطريقة التي أوصلته إليه، وكذلك عند المشكلة بحد ذاتها، متفكّراً بوجاهة كلٍّ من الحلّ والطريقة، مستخلصاً العبرة والدرس من المشكلة. وفي سبيل ذلك قد يلجأ إلى الإجابة عن بعض الأسئلة من قبيل: هل هناك طريقة أخرى لحلّ المشكلة؟ هل يبقى الحلّ صالحاً إذا غيّرنا بعض الشروط في المشكلة؟ ما هي المشكلات القريبة التي يمكن حلّها الآن؟ . . .

قد يبدو للقارئ أن عمليّات الحلّ والمهارات التي تستدعيها، تبعاً للنموذج الذي قدّمه بوليا، تعمل بشكل خطي مستقيم متسلسل لا يعرف تعرّجاً أوالتفافاً ولا تراجعاً. ليس الأمر قطعاً على هذا النحو. على العكس، من الضروري فهم هذه العمليّات والمهارات على أنها غالباً ما تعمل بشكل ديناميكي ودائري. يبدأ الذي يقوم بحلّ المشكلة بفهمها ليحاول بعد ذلك وضع خطة للحلّ. وقد يتبدّى له أثناء العمل على الخطة أنه يحتاج لفهم أفضل للمشكلة. وأحياناً عند تنفيذ الخطة قد يظهر له أنه يبتعد عن الحلّ فيعود إلى الخطة وقد يضع تصميماً آخر أو حتى قد يعود إلى البداية ليراجع فهمه للمشكلة. بعد الوصول إلى الحلّ، قد ينقله النظر إلى الوراء إلى المرحلة ١ أو ٢ أو ٣ أو حتى إلى مشكلات أخرى. يوضح الرسم رقم ١ احتمالات التقدّم والتراجع في عملية الحلّ. (Wilson & Fernandez, 1993)



رسم رقم ١ : نموذج بوليا لحلّ المشكلات
واحتمالات التقدّم والتراجع

لا بد من الإشارة إلى أن هذه المهارات التي توظّف في حلّ المشكلات، بغضّ النظر عن الميدان الذي تنتمي إليه المشكلة، تتداخل فيها معارف ومهارات مرتبطة بالميدان. وفيما يتعلّق بحلّ المشكلات الرياضيّة فإن المعارف والمهارات المتعلّقة بالمبادئ والمفاهيم والطرائق الرياضيّة واستخداماتها، تتداخل فيه. كما لا بد من التذكير بقصور العرض، الذي تناولنا فيه هذه المهارات، عن الأخذ بعين الاعتبار التعقيد البالغ في عمليّة حلّ المشكلات وإغفاله خاصةً المهارات المتعلّقة بضبط وتوجيه الاحاسيس والانفعالات التي قد تنشأ أثناء عمليّة الحلّ أو ترافقها، والتي قد تكون مرتبطة، في حالة المشكلات الرياضيّة، بالتصوّرات حول الرياضيّات وحلّ المشكلات.

المجالات المرتبطة بحلّ المشكلات

كان شانفلد من أول الذين اهتمّوا بدراسة حلّ المشكلات كنشاط ذهني. وقد حدّد خمسة مجالات غير منفصلة تتقاطع معها المهارات التي قد تستدعيها عمليّة حلّ المشكلات الرياضيّة (Schoenfeld, 1985):

١) مجال الموارد الرياضيّة،
٢) مجال مساعِدات (Heuristics) حلّ المشكلات،
٣) مجال إدارة استخدام الموارد والعمليّات والمساعِدات،
٤) مجال التصوّرات حول الرياضيّات وحلّ المشكلات،
٥) مجال العواطف والأحاسيس والانفعالات.

واعتقاداً منا أن القرّاء، والمعلّمين تحديداً، هم عادةً على معرفة بالمجال الأول، المكوّن من المبادئ والمفاهيم والطرائق الرياضيّة، أكثر من المجالات الأخرى، من خلال ما حصّلوه من دراساتهم الأكاديميّة وممارستهم التعليم، واعتقاداً منا أيضاً أنه تتوافر لهم إمكانيّة الوصول إلى هذه الموارد بسهولة ويسر أكثر مما تتوافر لهم إمكانيات الوصول إلى الموارد التي تُعرِّفهم بالمجالات الأخرى، لذلك لن نتطرّق هنا إلى المجال الأول وإنما سنكتفي بالتعريف بشكل سريع، بالمجالات الأخرى مع إعطاء بعض الأمثلة.

مجال مساعِدات (Heuristics) حلّ المشكلات

نعني بمساعِدات حلّ المشكلات مجموعة استراتيجيّات الحلّ، والقواعد وطرائق المعالجة والاستخدام الفعّال للأدوات المساعِدة في حلّ المشكلات كالرسوم والجداول والآلة الحاسبة وغيرها، بالإضافة

إلى الخبرات التي يجري اكتسابها في هذا المجال، والنصائح التي قد يسديها المعلّمون أو التلاميذ أنفسهم.

النصائح

نورد على سبيل المثال النصائح التالية المتعلّقة بفئات معيّنة من المشكلات:

- في حلّ المشكلات الهندسيّة استخدم رسوماً واضحة،
- في حلّ المشكلات الجبريّة استخدم رموزاً ذات دلالة،
- في حلّ المشكلات الكسريّة يمكنك الاستعانة بطريقة تقسيم إطار «ميناء» ساعة اليد.

استراتيجيّات الحلّ

نذكر هنا أبرز الاستراتيجيّات مقدّمين مثالاً عن استخدام كلٍّ منها في حلّ المشكلات:

- استراتيجيّة «البدء أولا بحلّ المشكلة في حالات بسيطة»:

المشكلة: مزارعة، معها معزاة وسلة بيض وملفوفة، تريد عبور النهر الذي يفصل قريتها عن القرية المجاورة للاشتراك في السوق الذي يقام فيها. القارب الذي تعبر بواسطته النهر يتّسع لها ولغرضٍ واحد فقط من الأغراض الثلاثة. كيف يمكنها نقل الأغراض إلى الضفة الأخرى علماً أنها لا تستطيع أن تترك بغيابها المعزاة مع الملفوفة خوفاً من أن تأكلها ولا المعزاة مع سلة البيض خوفاً من أن تقلب السلة وتكسر البيضات؟

أحد الحلول: فلنبدأ بالحالة الأبسط: القارب يتّسع للمزارعة وثلاثة أغراض. في هذه الحالة يكون الحلّ بنقل الأغراض الثلاثة

دفعةً واحدة. أما إذا كان القارب يتّسع للمزارعة وغرضين اثنين فقط فيكون أحد الحلول بالقيام برحلة أولى يتم فيها نقل السلة والملفوفة إلى الضفة الأخرى، والعودة، ثم نقل المعزاة وحدها في رحلة ثانية. وفي حال اتّسع القارب فقط للمزارعة وغرض واحد فيكون أحد الحلول كالتالي: تنقل المعزاة إلى الضفة الأخرى وتترك معاً السلة والملفوفة. ثم تعود المزارعة إلى الضفة الأولى لتنقل السلة وتترك الملفوفة. ثم تعود ومعها هذه المرّة المعزاة لتتركها وحدها على الضفة الأولى في حين تأخذ الملفوفة إلى الضفة الثانية لتتركها هذه المرّة مع السلة لتعود لوحدها إلى الضفة الأولى لتنقل في رحلة أخيرة المعزاة إلى الضفة الأخرى.

- استراتيجيّة «تحويل المشكلة إلى مشكلة مكافئة لها يمكن حلّها»:

المشكلة: طير وقطار يبعدان ١٥٠ كلم عن بعضهما البعض، يتجّه الواحد منهما نحو الآخر بسرعة ٧٠ كلم/س للطير و ٥٠ كلم/س للقطار. حين يلتقيان يعود الطير إلى الجهة التي أتى منها. فإذا ما وصل إلى نقطة انطلاقه عاد مجدّداً باتجّاه القطار. ويبقى الطير على هذا المنوال تقدّماً وتراجعاً إلى أن يحشره القطار. كم المدّة التي يمضيها الطير في طيرانه قبل أن يحشره القطار؟

أحد الحلول: فلنحوّل المشكلة إلى مشكلة مكافئة. يكفي لإيجاد الحلّ معرفة المدّة الذي استمرّ فيها الطير في الطيران قبل أن يحشره القطار. هذه المدّة هي المدّة نفسها التي قطع فيها القطار مسافة ١٥٠ كلم. وبما أن سرعة القطار هي ٥٠ كلم في الساعة تكون هذه المدة (١٥٠ ÷ ٥٠ =) ٣ ساعات. بالعودة إلى المشكلة

الأساسيّة نجد أن المدّة التي يمضيها الطير في طيرانه قبل أن يحشره القطار هي ٣ ساعات.

- استراتيجيّة «البدء بإيجاد حلول خاصة»:

المشكلة: ما هي أرقام الوحدات في الأعداد الطبيعيّة التي تقبل القسمة على ٥؟

أحد الحلول: فلنبدأ بإيجاد حلول خاصة. العدد ٥ يقبل القسمة على ٥. وكذلك العدد ١٠ والعدد ١٥ والعدد ٥٠ والعدد ١٠٠ والعدد ١٣٥ و العدد ١٨٠. يبدو أن الأعداد التي تقبل القسمة على ٥ هي أعداد تنتهي بصفر أو بالرقم ٥. ويمكننا التأكّد من ذلك باستخدام استراتيجيّة «التفتيش عن نموذج» التي تلي.

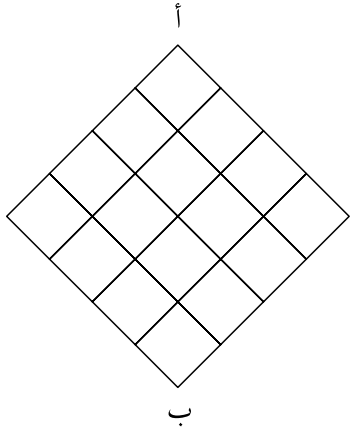
- استراتيجيّة «التفتيش عن نموذج» (Find a pattern):

المشكلة: ما هي أرقام الوحدات في الأعداد الطبيعيّة التي تقبل القسمة على ٥؟

أحد الحلول: يمكننا اعتماد النموذج التالي للعدد الذي يقبل القسمة على ٥: ٥ × س حيث س عدد طبيعي. وإذا كان س عدداً مفرداً يكون حاصل ضربه بالعدد ٥ عدداً ينتهي بالرقم ٥. وإذا كان س عدداً مزدوجاً يكون حاصل ضربه بالعدد ٥ عدداً ينتهي بصفر. وبالتالي فإن الأعداد التي تقبل القسمة على ٥ هي أعداد رقم الوحدات فيها صفر أو ٥.

- استراتيجيّة «العمل عكسيّاً» (Working back):

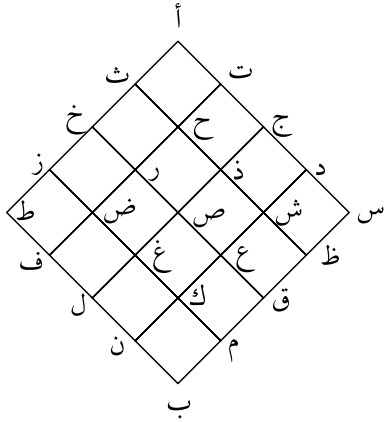
المشكلة: ما عدد طرق «النزول» من أ إلى ب على شبكة المربّعات أ ب (أنظر الرسم رقم ٢)؟



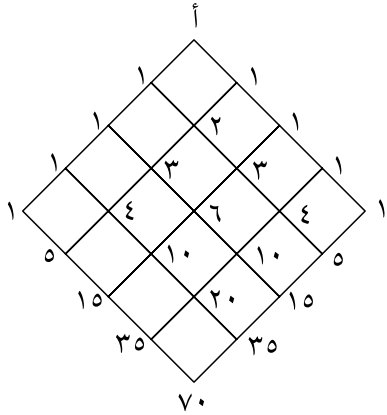
رسم رقم ٢: شبكة المربّعات أ ب

أحد الحلول:

كل طريق نزولاً (أنظر الرسم رقم ٣) من أ إلى ل يوصل عبر ل ب إلى ب. وكل طريق نزولاً من أ إلى م يوصل عبر م ب إلى ب. فيكون عدد طرق «النزول» من أ إلى ب يساوي عدد طرق النزول من أ إلى ل زائد عدد طرق النزول من أ إلى م. وعدد طرق «النزول» من أ إلى ل يساوي عدد طرق النزول من أ إلى ف زائد عدد طرق النزول من أ إلى ق. وكذلك فإن عدد طرق «النزول» من أ إلى ف يساوي عدد طرق النزول من أ إلى ط زائد عدد طرق النزول من أ إلى ظ. وهلم جرّاً. أي أن عدد الطرق نزولاً من أ إلى القمة الأدنى من أي مربّع صغير يساوي مجموع طرق النزول إلى القمتين الأعليين مباشرة للمربّع نفسه. يمكننا الآن حساب عدد طرق النزول من أ إلى كل نقطة حدّدناها بحرف على الشبكة. ونحصل بالتالي على الأرقام الظاهرة على الشبكة مكان الحروف في الرسم رقم ٤.



رسم رقم ٣: شبكة المربّعات أ ب مع أسماء
قمم المربّعات الصغيرة



رسم رقم ٤: شبكة المربّعات أ ب مع أعداد طرق النزول

النتيجة: هناك ٧٠ طريقاً «للنزول» من أ إلى ب (أنظر الرسم رقم ٤).

الأدوات المساعِدة

من الأدوات المساعِدة التي يمكن أن تستخدم بفعاليّة في حلّ المشكلات نذكر اثنتين مع مثالٍ عن استخدام كلٍّ منهما.

- وضع لائحة:

المشكلة: قصدت ليلى وهند مطعم المعلّم خليل الذي يقدّم أربعة أصناف من الصحون: فول، حمّص، متبّل، كفته، وطلبتا أربعة صحون من الأنواع الأربعة، اثنان لكل منهما. وإذ تتّفق ليلى وهند على أن الحمّص والمتبّل لا ينسجمان مع بعضهما فإن ليلى لا تحبّ الفول وهند لا تحبّ الكفته. ماذا طلبت كل منهما؟

أحد الحلول: فلنضع لائحة بالطلبات الممكنة لكلٍّ منهما بغضّ النظر عن الشروط التي تتضمّنها المشكلة:

فول وحمّص
فول ومتبّل
فول وكفتة
حمّص ومتبّل
حمّص وكفتة
متبّل وكفته.

ثم نضع اللائحة المناسبة لليلى وتلك التي تناسب هند (جدول رقم ١).

الطلبات المناسبة لليلى	الطلبات المناسبة لهند
متبّل وكفته	فول وحمّص
حمّص وكفتة	فول ومتبّل

جدول رقم ١ : اللائحة المناسبة لليلى وتلك التي تناسب هند

وبالتالي نصل إلى أحد الحلول:

ليلى: حمّص وكفتة، وهند: فول ومتبّل.

- استخدام الجداول:

المشكلة: في دولة عمنان خضر وحمر. ٩٠٪ من الخضر فقراء و٩٠٪ من الفقراء خضر. هل الخضر محرومون؟

أحد الحلول: فلنستخدم جدولاً يمثّل توزّع أهل عمنان بين خضر وحمر وفقراء وغير فقراء، ولا يأخذ بالاعتبار الشروط التي تتضمّنها المشكلة. الرسم رقم ٥ يبين كيفية توزّع أهل عمنان بين خضر وحمر وفقراء وغير فقراء. وقد اعتمدنا في هذا الجدول التمثيلات التالية: «ع» تُمثِّل عدد أهل عمنان، «خ» تُمثِّل عدد الخضر من أهل عمنان، «ح» تُمثِّل عدد الحمر من أهل عمنان، «فخ» تُمثِّل عدد الفقراء من الخضر من أهل عمنان، «فح» تُمثِّل عدد الفقراء من الحمر من أهل عمنان، «غفخ» تُمثِّل عدد غير الفقراء من الخضر من أهل عمنان، «غفح» تُمثِّل عدد غير الفقراء من الحمر من أهل عمنان، «ف» تُمثِّل عدد الفقراء من أهل عمنان، «غف» تُمثِّل عدد غير الفقراء من أهل عمنان.

	خضر	حمر	المجموع
فقراء	فخ	فح	ف
غير فقراء	غفخ	غفح	غف
المجموع	خ	ح	ع

رسم رقم ٥ : جدول توزّع أهل عمنان بين خضر وحمر وفقراء وغير فقراء من دون الأخذ بالاعتبار شروط المشكلة

ثم نأخذ بالاعتبار الشروط التي تتضمّنها المشكلة فنحصل على ما يلي:

١) فخ = ٩،٠ ف؛ فخ = ٩،٠ خ

٢) غفخ = ١،٠ خ؛ فح = ١،٠ ف

٣) غف = ع - ف؛ غفح = ع - ١،١ ف.

ونحصل بالتالي على توزّع أهل عمنان بين خضر وحمر وفقراء وغير فقراء بالشكل الذي يبينه الجدول في الرسم رقم ٦.

	خضر	حمر	المجموع
فقراء	٩،٠ ف	١،٠ ف	ف
غير فقراء	١،٠ ف	ع - ١،١ ف	ع - ف
المجموع	ف	ع - ف	ع

رسم رقم ٦ : جدول توزّع أهل عمنان بين خضر وحمر وفقراء وغير فقراء مع الأخذ بالاعتبار شروط المشكلة

ونستنتج بالتالي فيما يتعلق بالخضر أن نسبة غير الفقراء إلى الفقراء هي ٩/١. وهذا ما يسمح لنا بالقول أن الخضر محرومون. ولكن بالمقارنة مع الحمر فإن الخضر أقل، يتساوون، أو أكثر حرماناً إذا كان (ع – ١،١ ف) / ١،٠ ف أصغر من، يساوي، أو أكبر من ٩/١.

مجال إدارة استخدام الموارد والعمليات والمساعِدات

ويتضمّن هذا المجال مجموعة من المساعِدات المتعلّقة بإدارة الحلّ واستخدام الموارد والمساعِدات وكذلك إدارة العمليّات بالإضافة إلى رصد وتجميع المعلومات عن التقدّم، أو عدمه، في اتّجاه الحلّ. وتتناول هذه المساعِدات المجالات التالية:

- إدارة وتوجيه عمليّة فهم المشكلة
- إدارة وتوجيه تنظيم المعلومات
- إدارة وتوجيه العمليّات التي يتطلّبها الحلّ
- إدارة وتوجيه التحقّق من النتائج
- إدارة وتوجيه سير العمل.

وسنعطي في الفصل التالي بعض الأمثلة.

مجال التصوّرات حول الرياضيّات وحلّ المشكلات

ويتألّف هذا المجال من مجموعة الآراء والمعتقدات التي يحملها الفرد المعني بحلّ مشكلة حيال الرياضيّات وحلّ المشكلات. ويمكننا ذكر بعض هذه التصوّرات في المجموعتين التاليتين:

أ. مجموعة تصوّرات يمكن وصفها بالسلبيّة

- الرياضيّات مجموعة من القواعد والإجراءات

- الجواب هو المهم في الرياضيّات
- في الرياضيّات الجواب عدد
- نتعلّم الرياضيّات بالحفظ
- هناك أناس قادرون على العمل بالرياضيّات وآخرون غير قادرين
- المشكلة موقف فيه كميّات وسؤال يستدعي تطبيق خوارزميّة معيّنة معروفة
- لكل مشكلة طريقة حلّ خاصة
- مفتاح النجاح في حلّ المشكلات هو تذكّر ما يجب عمله.

ب. مجموعة تصوّرات يمكن وصفها بالإيجابيّة

- الرياضيّات مسار (Process) من العمليّات التي يمكن أن تتضمّن محاولات وأخطاء
- الأحجيات والحزازير والخدعات البصريّة هي أيضاً مشكلات
- حلّ المشكلات هو الشكل الذي تتّخذه الرياضيّات في الحياة اليوميّة
- المشكلة هي موقف يتضمّن سؤالاً يستدعي استخدام مهارات التفكير والمنطق وتجارب وأخطاء ومقاربات أخرى للوصول إلى الحلّ
- المسائل التي تستدعي تفكيراً رياضيّا مسائل شيّقة ومحفّزة
- الجهود الفرديّة مطلوبة في مواجهة الصعوبات
- بالمثابرة قد نصل إلى الحلّ

- أستطيع أن أتقدّم باتجاه الحلّ حتى لو لم أستطع حلّ المشكلة
- أنا قادر على حلّ مشكلات معقّدة.

مجال العواطف والأحاسيس والانفعالات

ويتكوّن هذا المجال من المشاعر والعواطف والأحاسيس والانفعالات الشخصيّة، وتلك التي تنشأ، أو تتراكم، خلال عمليّة حلّ المشكلات، أو تتأثّر بالتصوّرات والتجارب السابقة. ومن هذه المشاعر يمكننا على سبيل المثال ذكر التالي:

- لا أحبّ المشكلات
- أخاف من حلّ المشكلات
- تتضمّن عمليّة حلّ المشكلة تحدّياً كما تتضمّن قهراً وانفعالاً أيضاً
- أجمل ما في حلّ مشكلة هو هذه المشاعر التي تختبرها ولم تعرفها من قبل
- حلّ المشكلات يسرّني.

ونعتقد أن من المفيد تقديم الوصفين التاليين لمسارين نموذجيّين في العلاقة التفاعليّة بين حلّ المشكلات والمجال العاطفي (DeBellis & Goldin, 1997):

١) مسار إيجابي يبدأ بالفضول والرغبة بمواجهة المواقف الغامضة ثم يستدعي المخزون من الخبرات المتعلّقة بالاستكشاف وتحديد المشكلة مما يحفّز من يقوم بحلّ المشكلة على مزيد من الفهم للمشكلة. وعند المرور بحالة من الغموض والشعور بالوصول

إلى طريق مسدود وتداعي مشاعر القهر يجري تفسير ذلك بأن الخطط المستخدمة لم تسفر إلا عن نتائج غير كافية. تجري مراجعة الخطط ويعاد النظر بالافتراضات المعتمدة. وتظهر مشاعر السرور والزهو والاكتفاء عند تبيّن بشائر نجاح المقاربات الجديدة.

٢) مسار سلبي يبدأ بالفضول والرغبة بمواجهة المواقف الغامضة ولكنه يستدعي خبرات التحفّظ بدلاً من الاستكشاف. عند الفشل في عمليّة ما في سياق الحلّ تتحكّم مشاعر القهر وتتحوّل إلى مشاعر الخذلان والإحباط. وتنطلق آليّات اللجوء إلى رأي الآخر والرفض ثم التخلّي عن المشكلة.

٣) الفرق بين حلّ المشكلات وحلّ المسائل

كما رأينا سابقاً، يقوم حلّ المشكلات على عمل منهجي تستخدم في إطاره مهارات من مجالات معرفيّة ووجدانيّة متعدّدة. وترتبط هذه المهارات بطاقات ذهنيّة وقدرات على التفكير وعلى المتابعة التفكيريّة (Metacognition) يمكننا أن نورد بعضها في الجدول رقم ٢.

في المقابل يقوم حلّ المسائل على تطبيق قانون معيّن، أو إجراء حسابي معيّن، أو خوارزميّة حلّ، أو اختيار خوارزميّة ملائمة وتنفيذها. ويستدعي مهارات تنفيذيّة وقدرات ذهنيّة من الدرجة الدنيا كالحفظ والتذكّر والتطبيق وقلّما يستدعي قدرات ذهنيّة عليا. أضف إلى ذلك أنه في مقابل ما يحمله حلّ المسائل من مخاطر تحوّله إلى عملٍ روتيني مملّ فإن حلّ المشكلات غالباً ما يوفّر جوّاً من التشويق ويعزّز الدافعيّة الذاتيّة للعمل ويشكّل فرصة لإثبات الكفاءة الذاتيّة وتعزيز الثقة بالنفس.

منهجيّة حلّ المشكلات	عناصرها الرئيسيّة	مهارات	قدرات تفكيريّة	طاقات إدراكيّة عليا	قدرات المتابعة التفكيريّة
فهم المشكلة	**فهم الموقف** تحديد المشكلة، تحديد الهدف بوضوح،	مهارات تواصليّة	تحليل، توليف تخطيط، تقييم	تخيّل إبداع	إدارة العمليّات وتنظيمها وتوجيهها وضبط العواطف والمشاعر والانفعالات وتوجيهها.
	تحليل الموقف تنظيم المعلومات، تقييم المعلومات، تمثيل المعلومات، تحديد عناصر الموقف، تحديد ما هو مطلوب، ما هو معلوم، ما هو مجهول، ما هو ناقص، ما هو فائض، تحديد العلاقات بين عناصر الموقف، تحديد الأدوات التي يمكن استخدامها لتحقيق الهدف	مهارات تنظيم المعلومات وتمثيلها وتحليلها وتوليفها	تحليل، توليف، تقييم	استدلال، تخيّل، إبداع	
وضع خطة الحلّ	تحديد الخيارات الممكنة، اعتماد الخيار الأنسب، وضع أهداف مرحليّة، ترتيب الأهداف حسب الأولويّة، تحديد خطوات الخطة، تفصيل الخطوات وبرمجة تنفيذها	مهارات التخطيط	تفكير نقدي، أخذ قرار، تحليل، توليف تخطيط،	مرونة، تخّيل، إبداع	
تنفيذ الخطة	تنفيذ الاجراءات المبرمجة	مهارات تنفيذية تنظيمية وإدارية	تطبيق		
تقييم النتائج	عرض الحلّ، تقييم الحلّ والطريقة، استخلاص الدروس والعبر.	مهارات التواصل والتقييم والتعلّم الذاتي	تفكير نقدي توليف، تخطيط تقييم، تعلّم ذاتي.	مرونة	

جدول رقم ٢ : حلّ المشكلات وبعض المهارات والقدرات المرتبطة به

كخلاصة لهذه المقارنة، وفي مجال التركيز على المردود المتوقّع على الصعيد التعلّمي، لكل من حلّ المسائل وحلّ المشكلات، يمكننا من خلال ما جرى عرضه سابقاً أن نشير إلى محدوديّة مردود حلّ المسائل في مقابل التأثير المحتمل الواسع لحلّ المشكلات في تنمية المهارات والقدرات الذهنيّة العليا (تفكير تحليلي، تفكير استدلالي، تفكير تركيبي، تفكير نقدي، تفكير إبداعي، . . .) وتعزيز الثقة بالنفس وتعزيز فرص التعلّم الذاتي.

أما على الصعيد التعليمي فإن هذه المقارنة تظهر أهميّة اللجوء إلى مقاربات تعليميّة مختلفة عن تلك المستخدمة في حل المسائل من أجل تسهيل امتلاك التلاميذ بشكل متدرّج لمنهجيّة حلّ المشكلات. ولنا عودة إلى هذا الموضوع في الفصلين الثاني والثالث.

في ختام هذا الفصل نعاود التركيز على التمييز بين مفهومي المسألة والمشكلة محاولين تلخيص الاختلافات في الجدول رقم ٣.

المفهوم	مسألة	مشكلة
تعبير لغوي عن المفهوم	تطرح قضيّة تحتاج إلى معالجة، أو طلباً، أو تساؤلاً ضمنياً أو ظاهراً، من دون أن تشكّل إجابة الطلب أو التساؤل، بالضرورة، مشكلة للمجيب.	قضيّة تتطلّب حلاً، لا يبدو جاهزاً أو بديهياً، ولا تُعرف بداهةً حتى طريقة الوصول إليه.
مواقف تعطي معنىً للمفهوم	مواقف تفتيش، عن معالجة مناسبة، فيها توجيه ظاهر أو ضمني إلى طريقة الوصول إليها.	مواقف تفتيش عن حلّ غير بديهي يلف الغموض طريقة الوصول إليه.

ثوابت ذهنيّة عملانيّة يستند إليها العمل في إطار المفهوم	يقوم الحلّ على: - تطبيق قانون معيّن، أو إجراء حسابي معيّن، أو خوارزميّة حل، أو - اختيار خوارزميّة ملائمة وتنفيذها.	يقوم الحلّ في إطار منهجي: فهم المشكلة، وضع خطة الحل، تنفيذ الخطة، عرض الحلّ وتقييم النتائج.
مهارات وقدرات يستدعيها وينمّيها العمل في إطار المفهوم	مهارات تنفيذيّة تقوم على الحفظ والتذكر والتطبيق.	مهارات تنفيذيّة تنظيميّة وإداريّة، تحديد الأهداف وترتيبها، تنظيم المعلومات وتحليلها وتوليفها، منطق، تحليل، تفكير نقدي، توليف، تخطيط، تنظيم، تقييم، مرونة في التفكير، استدلال، تخيّل، إبداع، تقييم ذاتي، تعلّم ذاتي، إدارة العمليّات وتنظيمها وتوجيهها وضبط العواطف والمشاعر والانفعالات وتوجيهها.

جدول رقم ٣: جدول مقارنة بين مفهومي المسألة والمشكلة